岡山物理コンテスト2015 問題B　解答用紙　①

チャレンジ番号　　　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

第１問　／40

第１問

問１

(1)　ρV　　(2)　ρVg　　(3)　アルキメデス

問２

1.3×2000×9.8＝25,480N≒2.5×10⁴N

（答）　2.5×10^4　N

問３

1.3×（3.14×3.5^2×71）×9.8≒34793N≒3.5×10^4N

（答）　3.5×10^4　N

問４

$S_1v_1=S_2v_2$

問５

$\frac{1}{2}\rho(S_2v_2^3-S_1v_1^3)+\rho g(S_2v_2h_2-S_1v_1h_1)$

問６

問４の結果を，問５の結果に代入して，S_2v_2を消去すると，

$$p_1S_1v_1-p_2S_2v_2=\frac{1}{2}\rho(S_2v_2^3-S_1v_1^3)+\rho g(S_2v_2h_2-S_1v_1h_1)$$

$$\therefore p_1-p_2=\frac{1}{2}\rho {v_2}^2-\frac{1}{2}\rho {v_1}^2+\rho gh_2-\rho gh_1$$

$$\therefore p_1+\frac{1}{2}\rho {v_1}^2+\rho gh_1=p_2+\frac{1}{2}\rho {v_2}^2+\rho gh_2$$

これは，一般に，

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gh=\text{一定}$$

であることを示している。

問７

(1)　低　　(2)　高

問８　ジャンボジェット機は水平に飛行しているので，鉛直方向にはたらく揚力と重力はつり合っている。したがって，ジャンボジェット機にはたらく揚力の大きさF〔N〕は，

$F=350\times10^3\times9.8=3.43\times10^6$N

よって，面積S〔$\mathrm{m^2}$〕＝511$\mathrm{m^2}$の翼が受ける圧力差ΔP〔Pa〕は，

$\Delta P=F/S$

$=3.43\times10^6/511$

$\fallingdotseq6.71\times10^3$Pa

$\fallingdotseq6.7\times10^3$Pa

（答）　6.7×10^3　Pa

問９　飛行機の速さv＝900km/h＝900×10^3m/(60×60s)＝250m/s　であるから，主翼の下面を流れる空気の速さもv（＝250m/s）と考えてよい。主翼の上面を流れる空気の速さを$v+\Delta v$〔m/s〕，空気の密度をρ（＝0.41kg/m³），主翼の下面を流れる空気の圧力をpとすると，主翼の厚さは十分薄いので，ベルヌーイの定理より，

$$p+\rho\times v^2/2=(p-\Delta p)+\rho\times(v+\Delta v)^2/2$$

$$\therefore \rho\Delta v^2+2\rho v\Delta v-2\Delta p=0$$

解の公式より，$\therefore \Delta v=\left(-2\rho v\pm\sqrt{(2\rho v)^2+8\rho\Delta p}\right)/2\rho$

$=\left(-2\times0.41\times250\pm\sqrt{(2\times0.41\times250)^2+8\times0.41\times6.71\times10^3}\right)/2\times0.41$

$=\left(-205\pm\sqrt{64034}\right)/0.82$

$\fallingdotseq$59m/s　　（$\Delta v>0$ より）

（答）　59　m/s

問 10　長さ 71m のジャンボジェット機を 7.1cm に縮小すると，長さは 7.1cm/71×10^2cm＝1/10^3倍になったことになる。したがって，ジャンボジェット機の体積は，$(1/10^3)^3=1/10^9$倍になったことになる。密度は同じなので，質量も$(1/10^3)^3=1/10^9$倍になったと考えればよいから，縮小したときの質量m〔g〕は，

$m=180\times10^3\times10^3$〔g〕×$(1/10^9)$＝0.18g

（答）　0.18　g

問 11　ジャンボジェット機の重さと同じ大きさの力を，ジェットエンジンによって生じさせればよいから，求める数をnとすると，

$n=350\times10^3\times9.8/(300\times10^3)$

$=11.43\cdots$

よって，空中を飛ぶためには，少なくとも 12 基必要である。

（答）　12　基

岡山物理コンテスト2015 問題Ｂ　解答用紙　②

チャレンジ番号 ＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

第２問　／25

第２問

問１　求める屈折角をθ_2とすると，

屈折の法則より，$\dfrac{\sin 45°}{\sin\theta_2}$ ＝1.33

三角関数表より sin45°≒0.7071 だから，

$\sin\theta_2 \fallingdotseq \dfrac{0.7071}{1.33} \fallingdotseq 0.532$

よって，三角関数表より，$\theta_2 \fallingdotseq 32°$

（答）　$\theta_2 \fallingdotseq 32°$

問２　屈折の法則より，

$\dfrac{\sin 90°}{\sin\theta_c}$ ＝1.33

$\therefore \sin\theta_c = \dfrac{1}{1.33} \fallingdotseq 0.752$

よって，三角関数表より$\theta_c \fallingdotseq 49°$

（答）　$\theta c \fallingdotseq 49°$

問３

98°

問４

太陽の高度がθ_0のとき，水中から空気中に出ようとする光の入射角は臨界角 49°に等しい。このとき，水面での屈折角αはα＝41°である。したがって，水面での屈折の法則と三角関数表より，

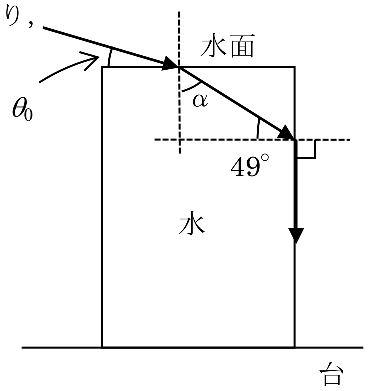
$\dfrac{\sin(90° - \theta_0)}{\sin 41°}$ ＝1.33

$\sin(90° - \theta_0) \fallingdotseq 1.33 \times 0.6561$

$\fallingdotseq 0.8726$

$90° - \theta_0 \fallingdotseq 61°$

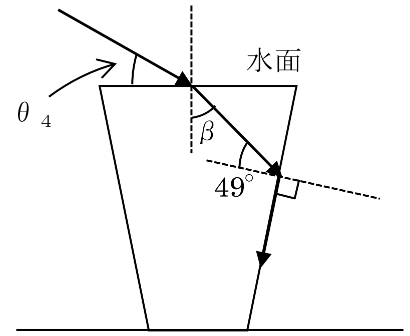
$\therefore \theta_0 = 29°$



（答）　29°

問５

太陽高度がθ_4のとき，コップの側面からでる光の入射角は臨界角 49°に等しい。このとき，水面での屈折角βは，α（＝41°）より小さくなり，$\sin\beta < \sin 41°$である。一方，水面での屈折の法則より，



$\dfrac{\sin(90° - \theta_4)}{\sin\beta}$ ＝1.33

$\sin(90° - \theta_4) = 1.33 \times \sin\beta$

$< 1.33 \times \sin 41°$

$= \sin(90° - \theta_0)$

$90° - \theta_4 < 90° - \theta_0$

$\therefore \theta_4 > \theta_0$

よって，θ_4はθ_0より大きい。

岡山物理コンテスト2015 問題Ｂ　解答用紙　③

チャレンジ番号 ＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

第３問　／35

第３問

問１

$\pi/4$　　rad

問２

v

問３　$\omega=\dfrac{v}{r}$ より，$v=r\omega$ である。これを，$K=\dfrac{1}{2}Mv^2$ に代入すると，

$$K=\frac{1}{2}Mv^2 \quad =\frac{1}{2}M(r\omega)^2 \quad =\frac{1}{2}Mr^2\times\omega^2$$

よって，$I=\underline{Mr^2}$

（答）　Mr^2

問４　全体の運動エネルギーKは，

$$K=\frac{1}{2}\times 2M(r\omega)^2 \quad =\frac{1}{2}\times 2Mr^2\times\omega^2$$

よって，求める慣性モーメントIは，$I=\underline{2Mr^2}$

（答）　$2Mr^2$

問５　仮に，それぞれのおもりを点Ｏのまわりに速さvで回したとすると，全体の運動エネルギー

Kは，$K=\dfrac{1}{2}NMv^2 \quad =\dfrac{1}{2}\times NM(r\omega)^2 \quad =\dfrac{1}{2}\times NMr^2\times\omega^2$

よって，求める慣性モーメントIは，$I=\underline{NMr^2}$

（答）　NMr^2

問６（1）　N等分された部分の質量はM/Nである。仮に，点Ｏのまわりに速さvで回したとすると，N等分したうちの１個の部分の運動エネルギーK_1は，

$$K_1=\frac{1}{2}(M/N)v^2 \quad =\frac{1}{2}\times(M/N)(r\omega)^2 \quad =\frac{1}{2}\times(M/N)r^2\times\omega^2$$

よって，N等分したうちの１個の慣性モーメントは，$\underline{I_1=(M/N)r^2}$

（答）　$(M/N)r^2$

（2）

$I=Mr^2$

問７　円板の単位面積あたりの質量σは，$\sigma=M/\pi r^2$である。求めるリングの外周の半径は$n\times r/N$，内周の半径は$(n-1)\times r/N$であるから，中心からn番目のリングの面積ΔSは，

$$\Delta S=\pi(n\times r/N)^2-\pi((n-1)\times r/N)^2 \quad =\pi(2n-1)r^2/N^2$$

よって，求める質量Δmは，$\Delta m=\sigma\,\Delta S \quad =(M/\pi r^2)\times(\pi(2n-1)r^2/N^2) \quad =\underline{M(2n-1)/N^2}$

（答）　$M(2n-1)/N^2$

問８　求める運動エネルギーΔKは，**問６**と同様に考えて，

$$\Delta K=\frac{1}{2}\Delta m(((n-1)\times r/N)\omega)^2$$

$$=\frac{1}{2}(M(2n-1)/N^2)(((n-1)\times r/N)\omega)^2$$

$$=M(2n-1)(n-1)^2r^2\omega^2/2N^4$$

（答）　$M(2n-1)(n-1)^2r^2\omega^2/2N^4$

問９（1）　求める運動エネルギーKは，

$$K=\Sigma\,\Delta K$$

$$=\Sigma M(2n-1)(n-1)^2r^2\omega^2/2N^4$$

$$=\Sigma Mr^2\omega^2(2n^3-5n^2+4n-1)/2N^4$$

$$=Mr^2\omega^2(2N^2(N+1)^2/4N^4-5N(N+1)(2N+1)/6N^4+4N(N+1)/2N^4-N/N^4)/2$$

Nは１より十分大きいとするとき，$\dfrac{1}{N}$は０としてよいので，

$$K=\frac{1}{4}Mr^2\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}Mr^2\right)\omega^2$$

（答）　$\dfrac{1}{4}Mr^2\omega^2$

（2）　$I=\dfrac{1}{2}Mr^2$

問 10　力学的エネルギー保存の法則より，

$$Mgh=Mv^2/2+(1/2)(Mr^2/2)\omega^2$$

また，円板の重心の速さがvのとき，角速度ωは$\omega=v/r$であるから，この関係を使ってωを代入すると，

$$Mgh=Mv^2/2+(1/2)(Mr^2/2)(v/r)^2$$

$$=(3/4)Mv^2$$

$$\therefore v=2\sqrt{\frac{gh}{3}}$$

（答）　$2\sqrt{\dfrac{gh}{3}}$

問 11　力学的エネルギー保存則より，転がっているときの円筒の重心の運動エネルギーと回転の運動エネルギーの和は，円筒の初めの重力による位置エネルギーに等しく，一定である。ここでの考察から，質量，半径とも同じ円筒ならば，慣性モーメントは質量が中心に集中している円筒Ｂの方が小さく，回転の運動エネルギーも小さくなるため，円筒Ｂの重心の運動エネルギーは逆に大きくなる。よって，円筒Ｂの方が重心の速さが速くなり，円筒Ｂの方が円筒Ａよりはやく下端に達する。