科学オリンピックへの道

岡山物理コンテスト2025

問題Ｂ

2025年9月27日（土）

14:45～15:45（60分）

問題にチャレンジする前に次の**＜注意事項＞**と**＜指数を用いた数の表記＞**をよく読んでください。
問題は大問２題からなります。問題は一見難しく見えても、よく読むとわかるようになっています。
どの問題から取り組んでも結構です。最後まであきらめずにチャレンジしてください。

＜注意事項＞

１．開始の合図があるまで、問題冊子（全16ページ）を開けてはいけません。
２．電卓を使用してもよろしい。
３．携帯電話やスマートフォンなどは電源を切り、カバンの中にしまっておきなさい。
４．解答はすべて解答用紙に記入しなさい。解答用紙は２枚です。必ずチャレンジ番号と氏名を記入しなさい。
５．気分が悪くなったりトイレに行きたくなったりした際は手を挙げて監督者に知らせなさい。
６．質問があるときは質問用紙に記入し、手を挙げて監督者に渡しなさい。
７．終了の合図があったら、ただちに解答を止め、チャレンジ番号と氏名を確認の上、監督者の指示を待ちなさい。
８．問題冊子は持ち帰りなさい。

＜指数を用いた数の表記＞

大きい数や小さい数を扱うときは、指数表記を利用し、$a\times10^n$（$1\leqq a<10$）の形で表す。

$$1200=1.2\times10\times10\times10=1.2\times10^3 \qquad 0.0012=\frac{1.2}{1000}=\frac{1.2}{10^3}=1.2\times10^{-3}$$

このように表すことで、大きな数や小さな数を簡潔に表現できる。

【例】　地球から太陽までの距離 ＝150000000 km ＝ 1.5×10^8 km

電子の質量 ＝0.0000000000000000000000000000000091 kg ＝ 9.1×10^{-31} kg

また、指数表記をしたときの、先頭から３つ目の数字を四捨五入して表した数を「有効数字２桁」という。

【有効数字２桁の例】　3.14 ⇒ 3.1　　3776 ⇒ 3.8×10^3　　0.0125 ⇒ 1.3×10^{-2}

<参考>

【三角比】

直角三角形の直角でない角の大きさが１つ決まれば、３辺の比が決まる。図１のように３辺の長さと角の大きさをそれぞれ a、b、c、θ とすると、正弦（sin : サイン）、余弦（cos : コサイン）、正接（tan : タンジェント）は以下のように定義される。

正弦　$\sin\theta = \dfrac{a}{c}$　　余弦　$\cos\theta = \dfrac{b}{c}$　　正接　$\tan\theta = \dfrac{a}{b}$

これらを三角比という。

また、直角三角形の１つの辺の長さと１つの角の大きさが決まれば、残りの辺の長さを三角比を用いて表すことができる。

例　$a = c\sin\theta$　、$b = c\cos\theta$

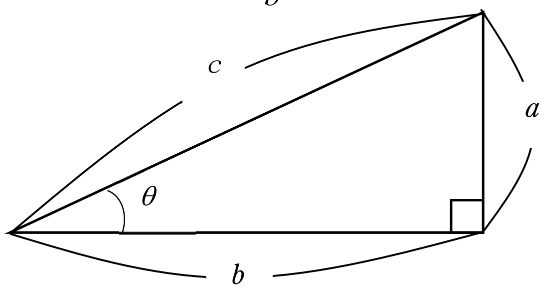


図１

なお、図１のような直角三角形において、次の等式が成り立つ。

$c^2 = a^2 + b^2$　　（三平方の定理）

【弧度法】

角度を表すのに、180°や 360°のように、〔°〕という単位を使って表す度数法は日常生活で広く使われている。一方、数学や物理では、弧度法と呼ばれる表し方を用いる場合が多い。この表し方は次のように定義される。

半径と等しい長さの弧を持つおうぎ形の中心角の大きさを１ラジアン（記号 : rad）という。この rad を単位とした角の表し方を弧度法という。１つのおうぎ形において、弧の長さは中心角に比例するので、図２のような半径 r のおうぎ形において、中心角 θ〔rad〕に対する弧の長さを x とすると、

$x = r\theta$　　（　または　$\theta = \dfrac{x}{r}$　）

したがって、半径 r の円では、円周は $2\pi r$ であるから、

$\theta = \dfrac{x}{r} = \dfrac{2\pi r}{r} = 2\pi$〔rad〕

よって、度数法との間に次の関係が成り立つ。

360°$= 2\pi$〔rad〕

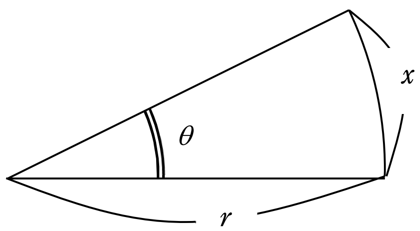


図２

【単位の主な接頭語】

記号（読み）	大きさ	記号（読み）	大きさ
G（ギガ）	10^9	c（センチ）	10^{-2}
M（メガ）	10^6	m（ミリ）	10^{-3}
k（キロ）	10^3	μ（マイクロ）	10^{-6}
h（ヘクト）	10^2	n（ナノ）	10^{-9}

第１問

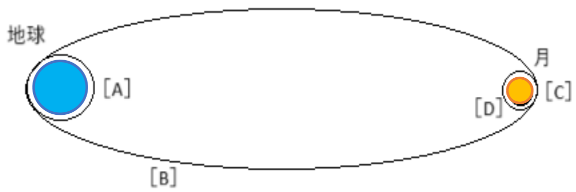
2025 年に大阪・関西万博が４月 13 日から 10 月 13 日までの日程で開催されており、多くの人が訪れている。日本館には「火星の石」が展示され、話題となっている。「火星の石」は火星から地球にやってきた隕石で、2000 年に日本の南極観測隊が発見、国立極地研究所に保管されていたものである。

一方、アメリカ館には実際に月から持ち帰った「月の石」が展示されている。実は、「月の石」は、すでに 55 年前、1970 年の日本万国博覧会（通称：大阪万博）のアメリカ館で展示されていた。当時のアメリカ館の宇宙開発展では、人類がはじめて月面着陸を果たしたアポロ計画について、「月の石」や宇宙船などが展示された。

アポロ計画のあと、人類は月に行っていないが、現在、再び月に行く計画が進められている。月に行くにはどんな課題を解決しなければならないのだろうか。月は地球から一番近い天体であり、来月６日は十五夜、満月はとても大きく見え、すぐそばにあって手が届くように見えるが、実際には 38 万 km という遠くの位置にある。

問１　月まで時速 100km（100km/h　高速道路を走るくらいの速さ）で走ると、何日かかるか。
小数点以下を四捨五入して答えよ。

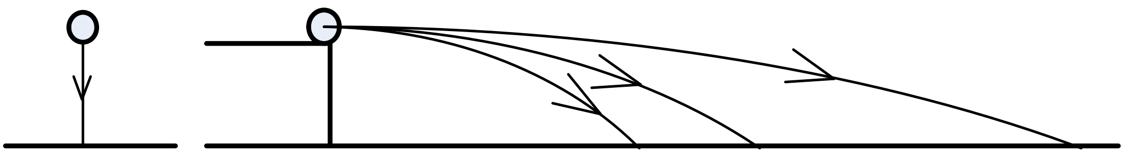
あらためてアポロ計画に注目していこう。ロケットで月へ行く方法も様々あるが、目的や燃料の効率などによって選ばれる。アポロ計画では、次の過程によって月面への着陸を実現した。



［A］　地球を回る軌道にのる
［B］　加速して、大きな楕円（だえん）軌道で月を目指す
［C］　月に近づいたら月を回る軌道（周回軌道）にのる
［D］　月に着陸する

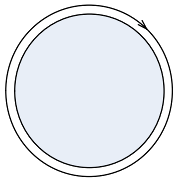
［A］地球を回る軌道にのることについて考える。

地球を回る軌道にのるということは、地面につかないまま地球を一周するということである。ロケットを水平に発射すると、当然、最初の速さ（初速）が大きいほど遠くへとどく。

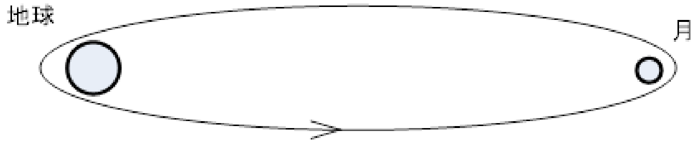


ただ、地球は丸いため地面は水平ではない。ロケットを遠くに飛ばすため、初速を大きくしていくと、ついには地球の表面を一周する。このときの速さを第一宇宙速度といい、この大きさは 7.9km/s である。

問２　地球の半径を 6400km とし、第一宇宙速度で一周すると何分かかるか。小数点以下を四捨五入して答えよ。



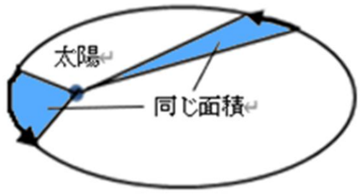
［B］加速して、大きな楕円軌道で月を目指すことについて考える。



天体の運動について法則を見出したのはケプラーである。ケプラーは火星の運動を研究して、「ケプラーの法則」を導いた。

ケプラーの法則

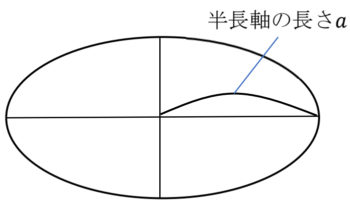
Ⅰ　惑星は太陽を１つの焦点とする楕円上を運動する
（楕円軌道の法則）



Ⅱ　惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間当たりに通過する面積は一定である
（面積速度一定の法則）

Ⅲ　惑星の公転周期Tの２乗と軌道楕円の半長軸の長さaの３乗の比は、すべての惑星で一定になる
（調和の法則）

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad （k：定数）$$



天体間においてケプラーの法則は成り立っているが、天体にはどういう力が働いているのだろうか。それを説明したのがニュートンである。

質量 M, m の２つの天体が距離r 離れているとき、２つの天体の間に

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

の大きさの力（万有引力）が働いているというのである。ここで、G は万有引力定数といい、大きさは6.7×10^{-11}（$N\cdot m^2/kg^2$）である。

これは、２つの天体でなくても、地球と月、地球と人工衛星などでも成立する。

問３　月に到着するまで何日かかるかをケプラーの第Ⅲ法則から考える。その日数を計算し小数点第３位を四捨五入して答えよ。ただし、半長軸の長さを地球と月との間の距離（38 万 km）の半分とする。

この計算では月の引力を無視して考えているが､アポロ宇宙船は４日ほどで月に到着したので、それほど間違った計算ではないと言える。

［C］月に近づいたら月を回る軌道にのることについて考える。

月に近づいても減速しなければ、楕円軌道のまま月から遠ざかってしまうが、月の第一宇宙速度まで減速すれば、月の周回軌道に入ることができる。

［D］月の周回軌道から、減速して月の表面に着陸してからのことについて考える。

問４　ある物体Ｐにはたらく月の表面での万有引力が、地球の表面での万有引力の６分の１になることを示せ。

なお、地球：質量 6.0×10^{24}kg　半径 6400km　月：質量 7.4×10^{22}kg　半径 1750km とする。

以上のように、人類は月面着陸を果たした。

とはいえ、月は遠くにあるため簡単に行くことはできない。それでも月は地球から一番近い天体であり、その形の変化や美しさから、鑑賞の対象や暦の基準となってきた。ガリレオは、写真もない今から 400 年以上前に自作の望遠鏡で月を観察し、「星界の報告」にまとめている。

このように、遠く離れた地球からでも、月について知ることはできる。望遠鏡で撮影した写真から、月にある山の高さを求めてみよう。赤い四角枠を拡大してみる。

写真１

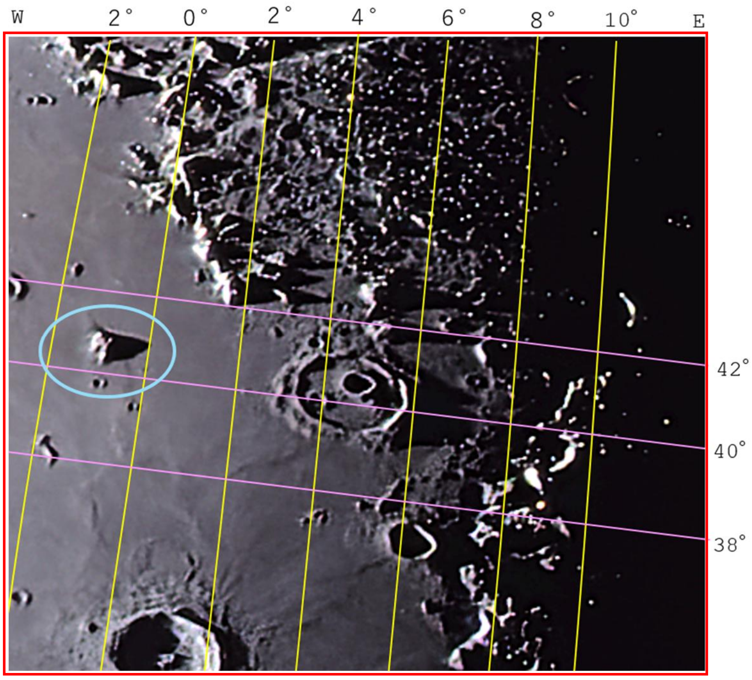


写真２

写真２の山（図の青の丸囲み）はピトン山と名付けられており、月面座標の北緯 41°、西経 1°に位置する独立峰である。独立峰なので、写真にも影が大きく写されている。なお、月にも地球と同じように、緯線と経線が設定されている。

次のように仮定し、この影からピトン山の高さを求めよう。

＜仮定＞

・月は完全な球とする。

・太陽光は、月面の緯線に沿った向きに差し込んでいるものとする。

・山の影の長さ程度においては、月面の丸みは無視できるものとする。

ピトン山の高さを求めるために、模式的に図１のような直角三角形を考える。

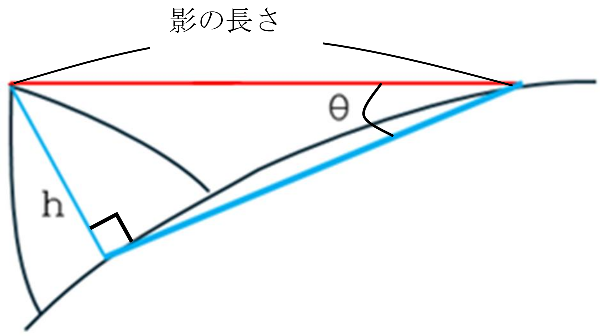


図１

まず、月の半径を 1750ｋｍとすると、ピトン山の緯度での半径（**図２**の赤破線）は 1320km となる。これから、北緯 41°の周の長さ（360°）を求めると 8.3×10^3km となる。

また、**写真３**から、実際の山の頂上と影の頂上の経度の差は約 0.8°であることが読み取れる。

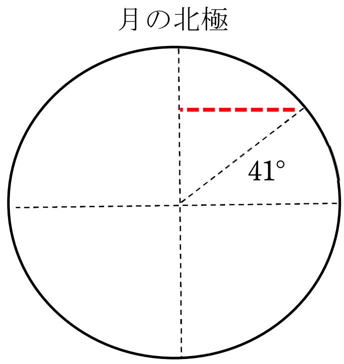


図２

問５　ピトン山の影の長さは何 km か求めよ。

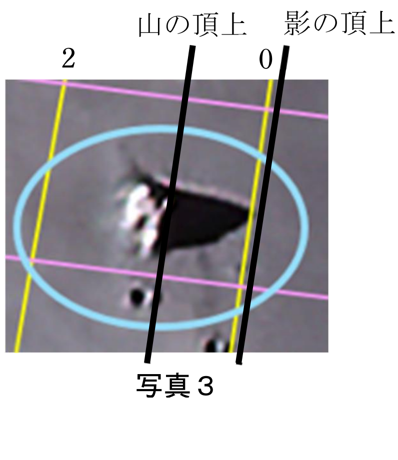


写真３

次に図１のθについて考えていく。

このθは月から見た太陽の高度となる（**図３**）ので、日没の位置とピトン山の位置が分かれば、θの値を導き出すことができる。

写真１と**写真２**において、北緯 41°での日没の位置は東経６°、ピトン山の位置は西経１°と読み取ることができるので、θは７°（東経６°＋西経１°）となる。

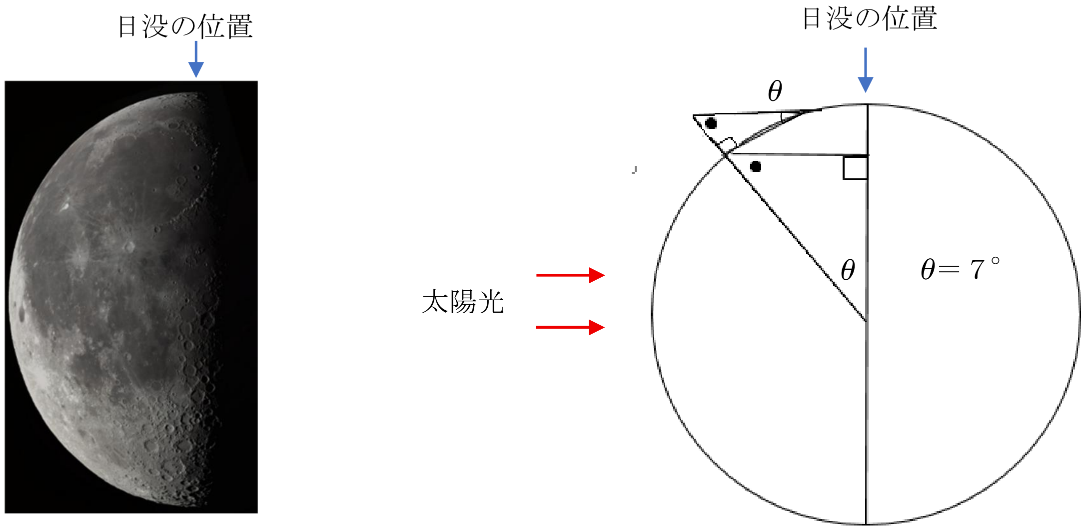


図３

以上のことから、ピトン山の高さhは次のように求めることができる。

$h=$（影の長さ）$\times \sin 7^\circ$

ぜひ、実際に求めて、文献値との比較をしていただきたい。

地球から一番近い天体である月については、よく知られていることもあるし、まだまだ分からないこともたくさんある。新しい気持ちで、月を眺めてみてほしい。

第２問

2024 年以降の米の価格高騰により、米に関するニュースが頻繁に取り上げられるようになった。最近では、「乾燥した水分の少ない米でも美味しく食べたい」という考えから、炊飯器に多くの関心が寄せられているとのことである。

国産の電気炊飯器の登場は 100 年以上前にさかのぼる。この頃は、釜底についたヒーターを一定時間加熱するだけの構造であったため、外気温などによって沸騰時間が変化したため炊き上がりにばらつきがあった。

1955 年、自動式電気炊飯器が発売された。これまでの電気炊飯器とは異なり、外釜と内釜の間にコップ１杯分の水を入れて加熱して炊く「二重釜間接炊き」という炊飯方式を取り入れた（**図１－１**）。外釜と内釜の間にある水をヒーターで熱し、水が蒸発してなくなり、ある温度に達すると温度センサーが感知し、ヒーターのスイッチを切るという仕組みである。これにより、外気温に影響されることなく沸騰時間を一定に保つことができ、炊き上がりのばらつきを抑えることができた。

当初、温度センサーにはバイメタルが用いられていた。バイメタルとは、**図１－２**のように熱膨張係数※が異なる２種類の金属が貼り合わされた板のことである。

※熱膨張係数…材料の長さが温度の上昇によってどれだけ膨張するかの割合を示した値

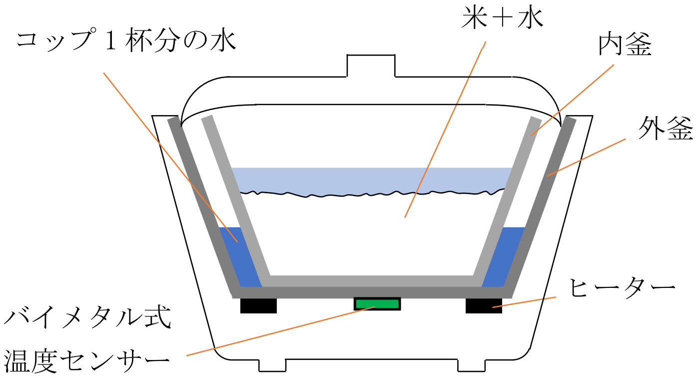


図１－１

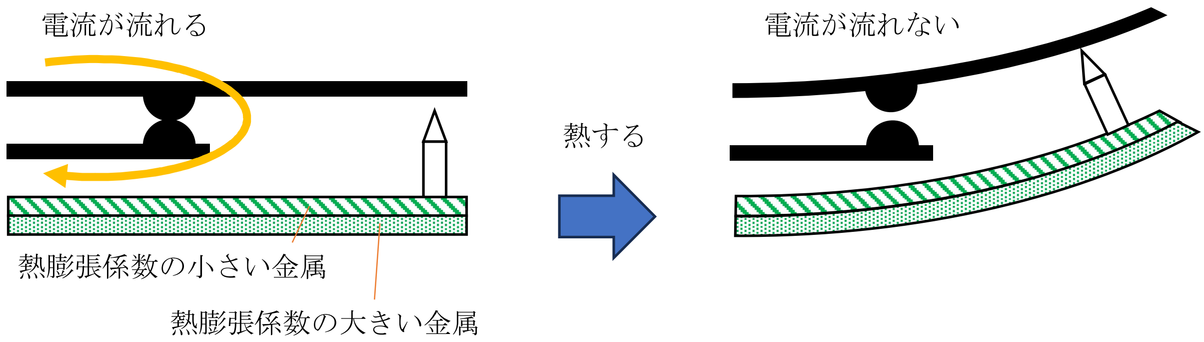


図１－２　バイメタル式温度センサーの例

問１　**図１－３**は 1955 年に発売された自動式電気炊飯器の炊飯の過程をグラフ（縦軸は釜底の温度、横軸は時間）にしたものである。外釜と内釜の間の水が蒸発してなくなった時刻とヒーターのスイッチが OFF になる時刻は**図１－３**中の①～④のうちどれか。同じ記号を２回使ってもよい。

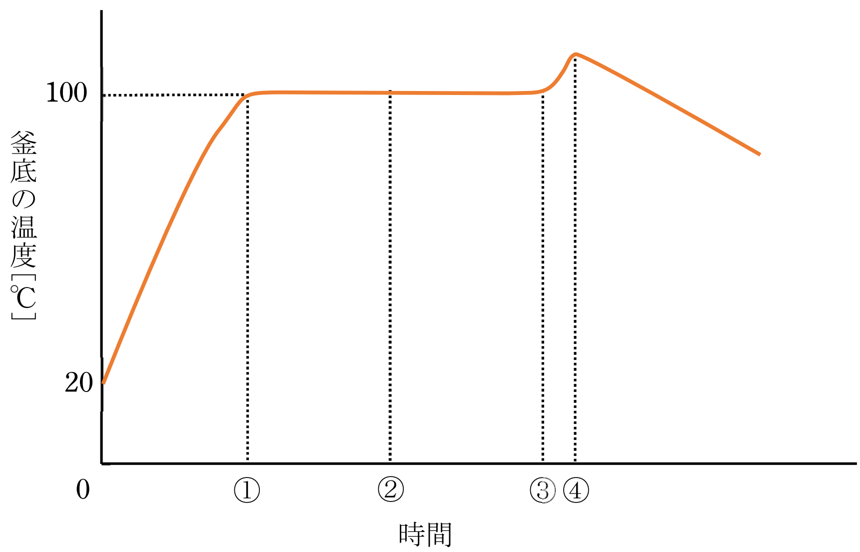


図１－３

図１－４のように端を固定した平板形バイメタルが温度上昇によってどれだけたわむかを考える。バイメタルの厚さをd、温度差をΔT、高温のときのバイメタルの曲率半径をrとしたとき、

$$\frac{1}{r} = 2K\frac{\Delta T}{d}$$

という関係式が成り立つことが知られている。Kを平板形の湾曲（わんきょく）係数といい、2つの金属の熱膨張係数や弾性係数などによって決まる値である。

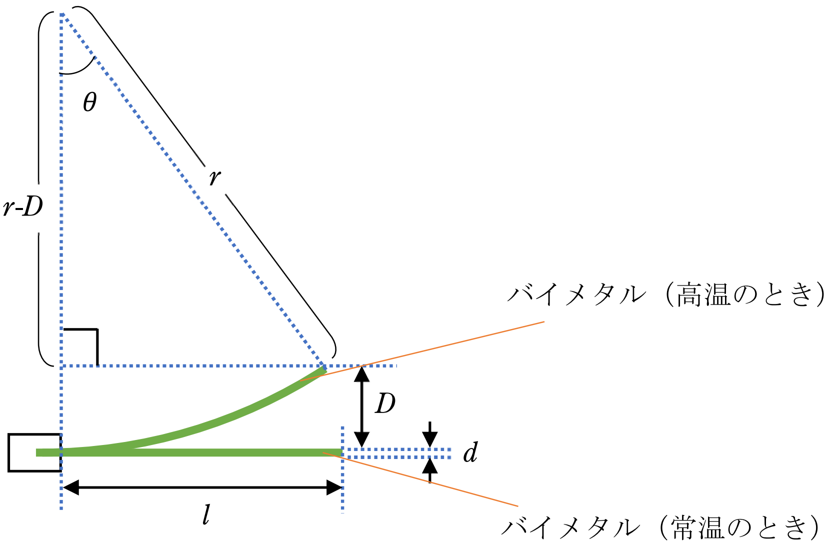


図１－４

図１－４のように円弧に対する中心角をθ、バイメタルの変位値をDとすると、Dはr、$\cos\theta$を用いて

$D =$ ア

と表すことができる。

また、角度を弧度法で表すと $l = r\theta$ であり、中心角θは$\theta = \frac{l}{r}$と表すことができる。

ここで、xが極めて小さいとき、次の近似式が成り立つことが知られている。

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2$$

θは極めて小さい値であるため、Dはl、d、K、ΔTを用いて

$D =$ イ

と近似することができる。

問２　文章中の空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ 、 $\boxed{\quad イ \quad}$ に入る式を答えよ。

問３　インバー（鉄とニッケルの合金）とステンレスでできたバイメタルを、20℃から 120℃に熱したときの変位値 D〔mm〕を求めよ。
バイメタルの厚さを 2.5mm、長さを 100mm、インバーの熱膨張係数を $\alpha_1 = 1.0 \times 10^{-7}$/℃、ステンレスの熱膨張係数を $\alpha_2 = 1.71 \times 10^{-5}$/℃とする。ただし、湾曲係数 K は α_1、α_2 を用いて、

$$K = \frac{3}{4}(\alpha_2 - \alpha_1)$$

と表すことができるとする。

〔コラム〕※問題を解くためには必要ありません

温度センサーにはバイメタル方式のほかに、フェライト（酸化鉄を主成分とする磁性セラミックの一種）を用いられるものもある。フェライトは通常は磁性体であり磁石にくっつくが、ある温度に達すると磁性体としての性質を失う（このときの温度をキュリー温度という）。**図１－５**のようにフェライトと磁石を炊飯器に設置すれば、鍋底の温度が高温になったときに自動でヒーターのスイッチを OFF にすることができる。

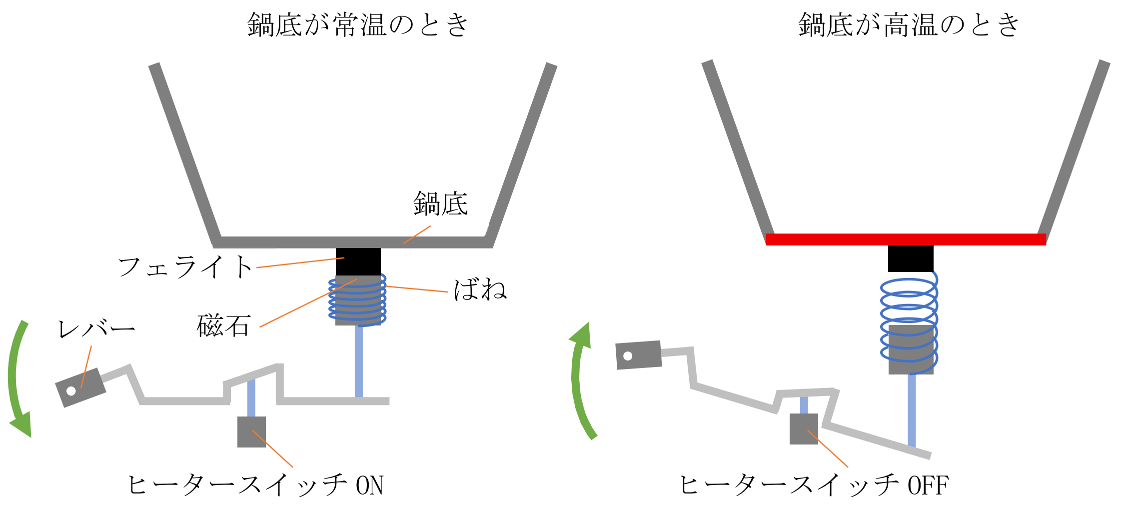


図１－５

1970 年代には、炊飯ジャーやマイコン内蔵炊飯器などが登場し、さらに進化を遂げていった。
1988 年には、現在主流となっている電磁誘導加熱（IH）炊飯器が発売。**図１－６**のように、素材の異なる 2 種類の釜を重ねた構造となっており、外釜にとりつけられているコイルに高周波の電流を流すことで、コイルの周囲に交流磁場（周期的に向きが変化する磁場）を発生させる。磁場が時間によって変化することで外釜の内部に渦電流が生じ、そのジュール熱を利用するという仕組みである。より効率的に水や米に熱を伝えるため、一般的に外釜の素材は［　ウ　］を用い、内釜の素材は［　エ　］を用いる。

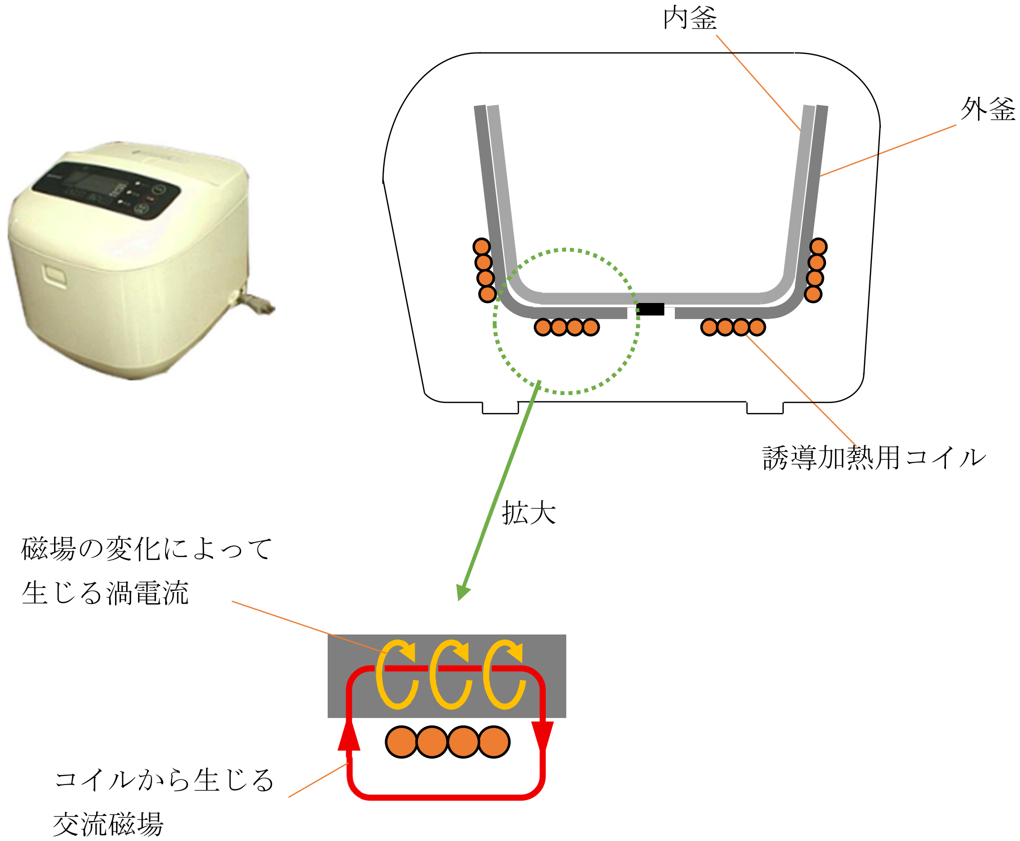


図１－６

問４　文章中の空欄［　ウ　］、［　エ　］に入る言葉の組み合わせとして、最も適切なものを次の①～⑥から１つ選んで答えよ。なお、それぞれの金属には次のような性質がある。

アルミニウム：熱を伝えやすい
ステンレス：電気抵抗が大きい
銅：電気抵抗が小さい

	ウ	エ
①	アルミニウム	ステンレス
②	アルミニウム	銅
③	ステンレス	銅
④	ステンレス	アルミニウム
⑤	銅	アルミニウム
⑥	銅	ステンレス

多くのジュール熱を得るために、コイルに流す交流電流の周波数を 20kHz～40kHz にする必要がある。そのためには、家庭の電源（西日本は 60Hz）を一度直流に変換し、さらに高周波数の交流に変換するインバータ装置（**図１－７**）を取り入れる必要がある。インバータ装置は、交流を直流に変換するコンバータ回路、直流電流を安定化させる平滑コンデンサ、直流を交流に変換するインバータ回路から構成されている。

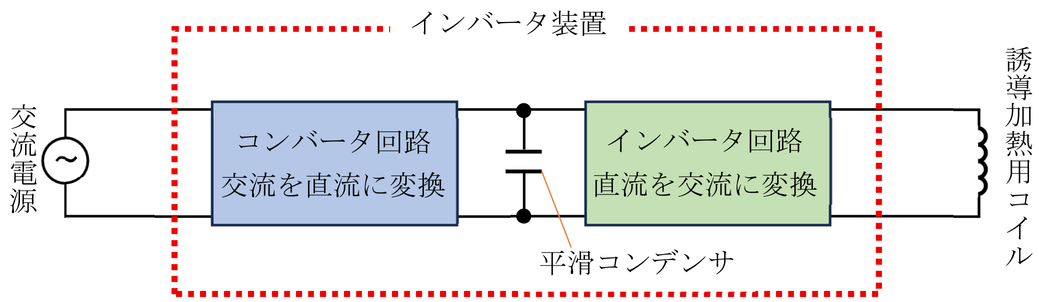


図１－７

図１－８にコンバータ回路の例を示す。回路中にあるダイオードとは、**図１－９**のように順方向に電圧をかけたときには電流が流れ、逆方向に電圧をかけたときには電流が流れないため、一方向にのみ電流を流す作用（整流作用）をもつ電気素子である。

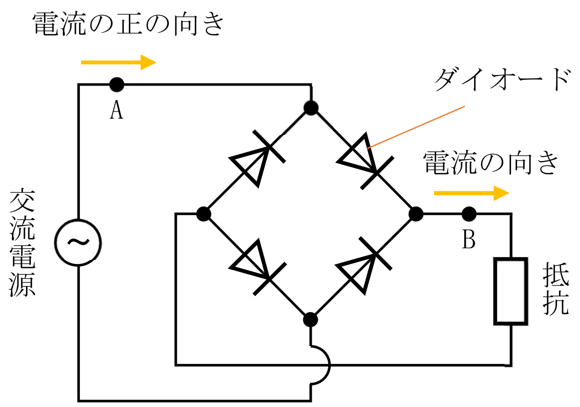


図１－８

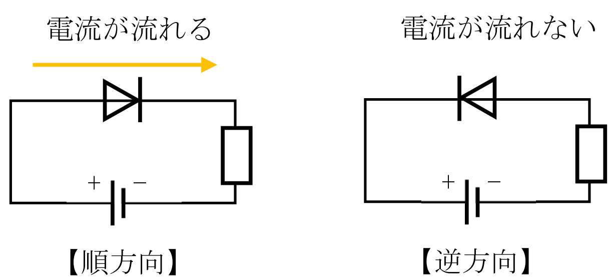


図１－９

問５　**図１－８**の点 A に流れる電流の時間変化を**図１－１０**に示す。点 B に流れる電流の時間変化をグラフに表せ。ただし、電流の向きは**図１－８**に示したとおりとする。

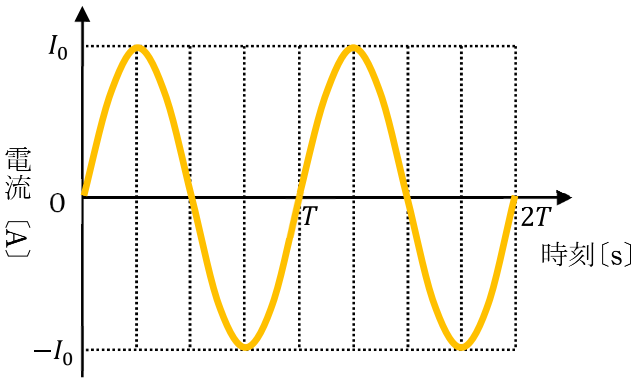


図１－１０

実際にはコンデンサのはたらきにより点 A に流れる電流の時間変化は、**図１－１１**に示すような直流に近い波形になる。

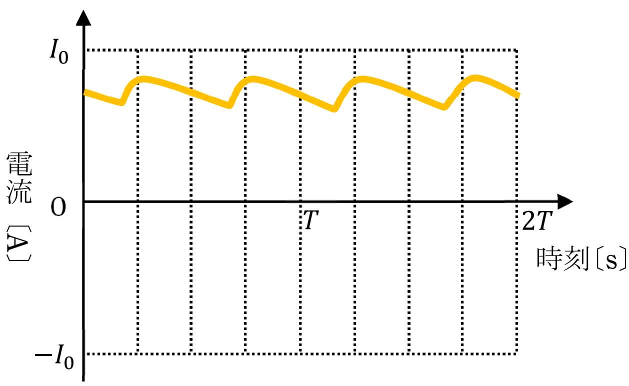


図１－１１

図１－１２はインバータ回路の一部を示したものである。この回路のある部分に抵抗を接続し、スイッチ A～D を周期的に開閉すれば、抵抗には**図１－１３**のような疑似的な交流電流が流れる。

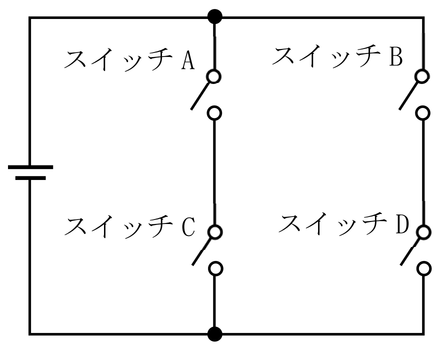


図１－１２

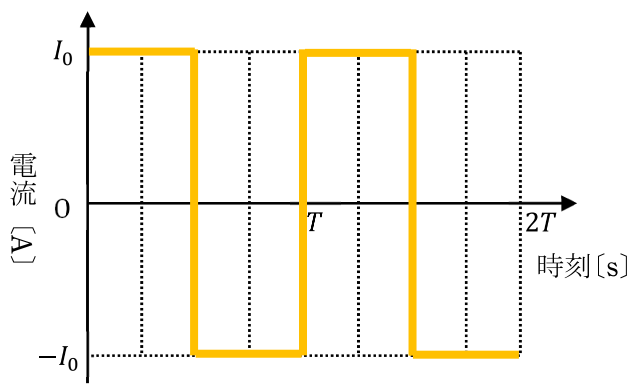
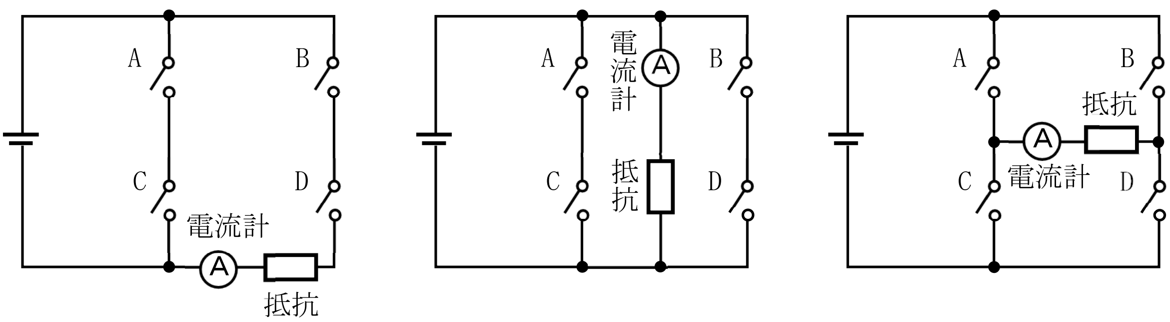


図１－１３

問６　図１－１３のような交流電流を電流計で検知するためには、電流計と抵抗をどのように接続すればよいか。適切な回路図を次の①～③から１つ選べ。また、スイッチの開閉の手順について正しく述べたものを次の④～⑥から１つ選べ。

＜回路図＞

①　②　③



＜スイッチの開閉の手順＞

④　AB を閉じる　→　AB を開けて CD を閉じる　→　CD を開けて AB を閉じる　→　…

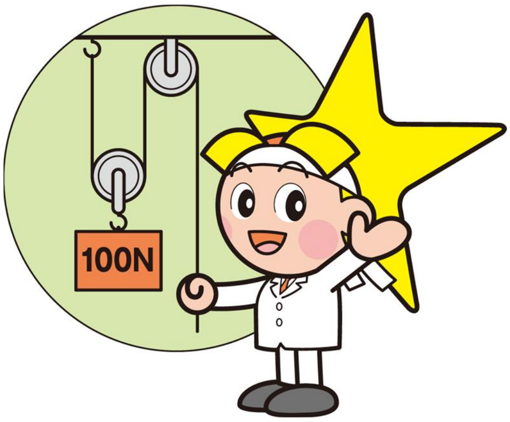
⑤　AC を閉じる　→　AC を開けて BD を閉じる　→　BD を開けて AC を閉じる　→　…

⑥　AD を閉じる　→　AD を開けて BC を閉じる　→　BC を開けて AD を閉じる　→　…

実際のインバータ回路は、スイッチの開閉間隔をトランジスタと呼ばれる電気素子を用いてコントロールして、よりなめらかな波形に変換している。

1992 年には圧力 IH 炊飯器が登場した。100℃以上の高温炊飯により、米のもつ甘味を更に引き出すことができるようになった。2000 年代には、高温スチームや遠赤外線の効果を利用したタイプ、蒸気レスタイプが登場するなど、炊飯器は更なる進化を遂げていった。近年では AI を搭載して、米の状態などを読み取って炊き方をコントロールするタイプも登場している。

このように、家庭の炊飯器は何十年と改良を重ねられ、今では乾燥した水分の少ない米でもふっくらと炊き上げることが可能となった。先人たちの努力の積み重ねが、我々の食卓を支えていると言えるであろう。



岡山県マスコット　ももっち